



Universidad Mayor de San Simón
Facultad de Ciencias Económicas
Ingeniería Comercial e Ingeniería Financiera



Problemas Propuestos de Álgebra Lineal

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+a_1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_2 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+a_n \end{vmatrix} = a_1 a_2 \dots a_n$$

NUEVA FUERZA
FINANCIERA

M. Sc. René Quispe Cabrera

PRÁCTICA 4: DETERMINANTES

1. Hallar el valor de las siguientes determinantes usando el Método Básico y Sarrus

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 2 \quad |B| = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 9 \end{vmatrix} = 1 \quad |C| = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 1$$

$$|D| = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = -13 \quad |E| = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 \quad |F| = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 8$$

$$|G| = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 23 \quad |H| = \begin{vmatrix} a & b \\ a & c \end{vmatrix} = a(c - b)$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 7 & 6 & 5 \\ 6 & 5 & 4 \end{vmatrix} = -3 \quad |B| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 7 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 10$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \\ 6 & 9 & 0 \end{vmatrix} = -48 \quad |D| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 4 \end{vmatrix} = 40$$

$$|E| = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ a & b & 0 \\ a & b & c \end{vmatrix} = abc \quad |F| = \begin{vmatrix} -3 & 4 & 8 \\ 8 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 5$$

$$|G| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 24 \quad |H| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 5 & -2 \end{vmatrix} = 9$$

2. Calcular el valor de las siguientes determinantes por el método de cofactores y a la vez por el método Gauss-Chio.

$$|A| = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 9 \quad |B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 3 & 8 & 1 & 4 \\ -2 & -5 & 6 & 1 \\ 4 & 10 & -9 & 5 \end{vmatrix} = 49 \quad |C| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -11 \quad |D| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -13$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 6 & 0 & -8 \\ 0 & 4 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -6 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -936 \quad |B| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -4 & 6 \\ -5 & 0 & -8 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -889$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & 0 & 6 \\ 0 & -4 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 0 & -8 \\ 0 & 9 & 0 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad |D| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -4 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 6 & 0 & -5 \\ 0 & 5 & 0 & -3 & 0 \\ -6 & 0 & -1 & 0 & 7 \end{vmatrix} = 1332$$

$$|E| = \begin{vmatrix} -5 & 0 & -3 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -8 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 9 \\ 4 & -1 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 0 & -6 \end{vmatrix} = 2516$$

$$|F| = \begin{vmatrix} -4 & 0 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & -3 & 4 \\ -1 & 0 & 4 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 0 & 3 & 0 \\ 6 & -1 & 4 & 0 & -9 \end{vmatrix} = 646$$

$$|G| = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & -6 \\ 5 & -4 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -6 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$|H| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & -6 \\ -1 & 5 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 6 & 0 & -4 \\ 3 & 0 & 7 & -1 & -8 \end{vmatrix} = -990$$

3. Conociendo que:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -60$$

Calcular:

$$a). \begin{vmatrix} -2g & -2h & -2i \\ -6d & -6e & -6f \\ a+5d & b+5e & c+5f \end{vmatrix} = 720$$

$$b). \begin{vmatrix} -3b & -3e & -3h \\ a+7b & d+7e & g+7h \\ -8c & -8f & -8i \end{vmatrix} = 1440$$

4. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = m$, calcular el valor de:

$$a). \begin{vmatrix} 5a & b & c \\ 10 & -2 & 2 \\ 15 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 10m$$

$$b). \begin{vmatrix} a+1 & b-1 & c+1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 7 & -7 & 7 \end{vmatrix} = -7m$$

5. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$, calcular el valor de $\begin{vmatrix} 3a-b & 6a+2b \\ 3c-d & 6c+2d \end{vmatrix} = 60$

6. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 4$, calcular los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} i & h & g \\ 3f & 3e & 3d \\ c & b & a \end{vmatrix}$ Resp. 12

b) $\begin{vmatrix} g+a & h+b & i+c \\ 2a & 2b & 2c \\ -d & -e & -f \end{vmatrix}$ Resp. -8

7. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 3$, calcular $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ m+n & n+1 & 1+m \\ x+y & y+z & z+x \end{vmatrix}$ Resp. 6

8. Utilizando propiedades de determinantes demostrar que:

1) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = 3abc - a^3 - b^3 - c^3$

2) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$

3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$

4) $\begin{vmatrix} a^3 & a^2 & a & 1 \\ b^3 & b^2 & b & 1 \\ c^3 & c^2 & c & 1 \\ d^3 & d^2 & d & 1 \end{vmatrix} = (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$

5) $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix} = -2(x^3 + y^3)$

6) $\begin{vmatrix} -ab & ac & ae \\ bd & -cd & de \\ bf & cf & -ef \end{vmatrix} = 4abcdef$

7) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix} = 0$

8) $\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix} = (1+ab)(1+cd) + ad$

$$9) \begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^3$$

$$10) \begin{vmatrix} ax+by & ay+bz & az+bx \\ ay+bz & az+bx & ax+by \\ az+bx & ax+by & ay+bz \end{vmatrix} = (a^3+b^3) \begin{vmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{vmatrix}$$

$$11) \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$12) \begin{vmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix} = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$13) \begin{vmatrix} \lambda-4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda-4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda-4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda-4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \lambda-4 \end{vmatrix} = \lambda(\lambda-5)^4$$

$$14) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+a_1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_2 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+a_n \end{vmatrix} = a_1a_2\dots a_n$$

$$15) \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+a_4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1+a_5 \end{vmatrix} = \left[1 + a_1 + \left(\sum_{i=2}^5 \frac{a_1}{a_i} \right) \right] (a_2a_3a_4a_5)$$

$$16) \begin{vmatrix} -a_1 & a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_3 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_4 & a_4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 5a_1a_2a_3a_4$$

$$17) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 10 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

$$18) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 5 & 0 & 6 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$19) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 16$$